1. ***(7 балл)*** В некотором стозначном числе X без нулей, единиц, восьмёрок и девяток в записи к первой, третьей, пятой, ..., 99-ой слева цифрам прибавили по двойке и получили число A. Из второй, четвёртой, шестой, ..., 100-ой слева цифры числа X вычли по двойке и получили число B. Оказалось, что A делится на B. Чему могло быть равно число X? *(Обоснуйте свой ответ)*

2. ***(7 балл)*** Найдите все натуральные a и b такие, что $\text{НОД}(a^2, b^3) + \text{НОД}(b^2, a^3) = ab$ *(Обоснуйте свой ответ)*

3. ***(10 балл)*** На стороне AC треугольника ABC отмечена точка D, а на отрезке BD – точка E так, что $\angle DAE = \angle AED = \angle ABC$ и $BE = 2CD$. Найдите угол $\angle ACB$ *(Обоснуйте свой ответ)*

4. ***(10 балл)*** Для попарно различных чисел a, b, c, d, e оказалось, что

$$\begin{cases} ab + b = ac + a, \\ bc + c = bd + b, \\ cd + d = ce + c, \\ de + e = da + d. \end{cases}$$

Тогда найдите всевозможные значения $abcde$. *(Обоснуйте свой ответ)*

5. ***(16 балл)*** У Анвара есть белая клетчатая доска размером 2024×2024. За один ход Анвар выбирает линию (стороку или столбец), в которой в данный момент все клекти белые, и перекрашивает какие-то 1000 клеток этой линии в черный. Какое наибольшее количество клеток Анвар может в результате сделать черными? *(Задача состоит из двух частей: i) приведение примера и ii) обоснование правильного ответа)*