1. (7 балл)
Числа x, y и z таковы, что все три числа $x + yz, y + zx$ и $z + xy$ рациональны, а
$x^2 + y^2 = 1$.
a) Докажите, что число xyz^2 также рационально.
b) Докажите, что число $x^2y^2 - 2xyz$ также рационально.

2. (7 балл)
Дан параллелограмм $ABCD$. На стороне AB взята точка M так, что $AD = DM$. На стороне AD взята точка N так, что $AB = BN$. Докажите, что $CM = CN$.

3. (10 балл)
Про положительные числа a, b, c, d, e известно, что
$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 = ab + ac + ad + ae + bc + bd + be + cd + ce + de.$$
Докажите, что среди этих чисел найдутся такие три, что не существует треугольника с такими длинами сторон.

***4.* (10 балл)**
Дан описанный четырёхугольник $ABCD$, у которого радиусы вписанных окружностей треугольников ABC и ADC равны. Найдите угол между диагоналями AC и BD.

***5.* (16 балл)**
Можно ли представить число 2011^{2021} в виде суммы кубов двух натуральных чисел?