1. ***(7 балл)*** Выпуклый многоугольник был разделен на два многоугольника путем пересечения диагонали многоугольника. Если число диагоналей исходного многоугольника на 290 больше суммы диагоналей двух образованных малых многоугольников, какие значения может принимать число сторон исходного многоугольника? *(Обоснуйте свой ответ)*

2. ***(7 балл)*** Найдите все натуральные решения уравнения $(a!)^2 - b = 35b!$ *(Обоснуйте свой ответ)*

3. ***(10 балл) На высоте BH равнобедренного треугольника*** ABC $(AB = AC)$ точка D выбрана таким, что $AB = 2BD$ и $BC = 2CD$. Найдите значение угла $\angle BCD$. *(Обоснуйте свой ответ)*

4. ***(10 балл)*** Если числа $a > b > 1$ удовлетворяют условие $(ab+1)^2 + (a+b)^2 \leq 2(a+b)(a^2 - ab + b^2 + 1)$, то найдите наименьшее значение отношения $\frac{\sqrt{a-b}}{b-1}$. *(Обоснуйте свой ответ)*

5. ***(16 балл)*** Дана доска 12×12. Максимум, сколько единичных квадратов можно раскрасить на этой доске так, чтобы i) никакие два окрашенных квадрата не имели общей стороны, ii) ни один окрашенный квадрат не имел верхнего левого угла, не принадлежащего другому окрашенному квадрату, и iii) нижний правый край любого закрашенного квадрата не принадлежит другому закрашенному квадрату. *(Задача состоит из двух частей: i) приведение примера и ii) обоснование правильного ответа)*