1-часть: Задание оценивается в 7 баллов.

Найдите наименьшее значение выражения, если для положительных чисел a, b, c верно a + b + c = 1

$$\frac{(b+c)^5}{a}+\frac{(c+a)^5}{b}+\frac{(a+b)^5}{c}$$

2-часть: Задание оценивается в 7 баллов.

2. Найдите все действительные значения a, при которых уравнение имеет три разные целые корни $x^3-7x+a+2022=0$.

3-часть: Задание оценивается в 10 баллов.

На доске пишут 100 квадратных уравнений вида $*x^2+*x+*=0$ (вместо коэффициентов написаны звёздочки). Можно ли поставить вместо 300 звёздочек некоторые натуральные числа от 1 до 200 (включительно) так, чтобы все эти числа встретились хотя бы 1 раз и каждый из 100 данных квадратных уравнений имел два различных целых корня?

4-часть: Задание оценивается в 10 баллов.

Прямая ℓ проходит через вершину C ромба $ABCD$ и пересекает продолжения его сторон AB и AD в точках X и Y соответственно. Прямые DX и BY вторично пересекают окружность, описанную около треугольника AXY, в точках P и Q. Докажите, что окружность, описанная около треугольника PCQ, касается прямой ℓ.

5-часть: Задание оценивается в 16 баллов.

На доске написаны числа 1, 2, 3, … 2022. Сардор и Жахонгир играют в игру. Они по очереди стирают написанные числа по одному. Начинает Сардор. Тот из мальчиков, после хода которого все оставшиеся числа (быть может, одно) будут иметь натуральный общий делитель, больший единицы, или останется одно число кроме единицы, проигрывает. Если же на доске останется только единица, то игра считается завершившейся вничью. Каков будет результат при правильной игре обоих соперников?

(Под правильный игрой подразумеватся, что каждый игрок прилагает усилия, чтобы выиграть.)