Часть 1: Каждое задание оценивается в 0,9 балла

1. Найдите сумму целых значений числа x, принадлежащих области определения выражения $\frac{\sqrt{9-x^2}}{x^{-1}-0,5}-\frac{1}{\sqrt{x^2-4}}$.

A)-1 B) 0 C) 1 D) 2

2. Сколько делителей числа 1012^2 являются также делителями числа 2024?

A) 32 B) 20 C) 16 D) 8

3. a,b,c,d,e,f- различные числа из множества$\{1,2,3,4,5,6\}$. Какое наибольшее значение может принимать сумма $3(a+b)+2(c+d)+e-f$?

A) 48 B) 46 C) 51 D) 50

4. На трапеции $ABCD$можно как вписать окружность, так и описать окружность. Найдите сумму диагоналей этой трапеции, если средняя линия трапеции равна 35, а высота равна 12.

A) 74 B) 37 C) 49 D) 70

5. Найдите число всех составных нечётных чисел не больше 50.

A) 31 B) 10 C) 25 D) 16

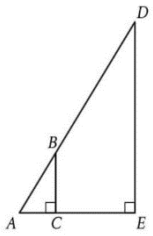
6. Для угла x известно, что $\sin(x-90°)=-\frac{2}{3}$ и $270°<x<360°$. Найдите значение $ctg2x$.

A) $\frac{\sqrt{5}}{20}$ B) $-\frac{\sqrt{5}}{20}$ C) $\frac{3\sqrt{5}}{20}$ D) $-\frac{3\sqrt{5}}{20}$

7. Для простых чисел p и q оба числа $p+7q$ и $p+17q$ являются полными квадратами. Найдите сумму всех значений простого числа q.

A) 5 B) 3 C) 2 D) 8

8. В данном рисунке $BC=7$, $AC=3$ и $CE=15$. Найдите площадь треугольника ADE.



A) 378 B) 263 C) 262,5 D) 352,5

9. Морская вода содержит 14% соли. После добавления определённого количества пресной воды в 7 литров морской воды количество соли в ней стало равно 2%. Сколько литров пресной воды добавлено в морскую воду?

A) 49 B) 7 C) 42 D) 24

10. Сумма 16 чисел, записанных в ряду, равна 33. Сумма любых 3 последовательных чисел в этом ряду равна 6. Найдите значение числа, стоящего в 7-месте.

A) 3 B) 4 C) 2 D) 5

Часть 2: Каждое задание оценивается в 1,5 балла

11. $\frac{(a-2b)^2 \cdot b^2-a^2}{4b^4-a^2(b-1)^2}$ упростите выражение.

A) $\frac{2b^2-ab+a}{2b^2+ab-a}$ B) $\frac{2b^2+ab+a}{2b^2-ab+a}$ C) $\frac{2b^2-ab-a}{2b^2+ab+b}$ D) $\frac{2b^2-ab-a}{2b^2+ab-a}$

12. Число $625 \times k$ имеет ровно 30 натуральных делителей (здесь k - натуральное число). Найдите наименьшее значение числа k, удовлетворяющего данному условию.

A) 12 B) 32 C) 80 D) 18

13. Если $sin1° \cdot sin2° \cdot sin3° \cdot \ldots \cdot sin359° = m$ и $cos1° \cdot cos2° \cdot cos3° \cdot \ldots \cdot cos179° = n$, какое из следующих равенств верно?

A) $m = n + 1$ B) $m + n = 1$ C) $m^2 + n^2 = 1$ D) $m = n$

14. Сколько всего существует пятизначных чисел с разными цифрами, составленных из цифр 1,2,3,4 и 5, у которых разность никаких двух цифр стоящими рядом, не равна 3.

A) 60 B) 48 C) 24 D) 72

15. Для любых действительных чисел x и y действие # определено следующим образом: x#y = y − x. Найдите $((\ldots(1\#2)\#3)\#\ldots\#4047)\#4048)\#4049$.

A) 2025 B) 2024 C) 2023 D) 2022

16. H - точка пересечения высот треугольника ABC. Найдите длину отрезка HC, если $BH = AC = 4\sqrt{2}$ va $\angle HBC = 30°$.

A) 4 B) $2\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{6}$ D)2

17. $f: N \to N$ (Функция преобразует натуральное число в натуральное число)

$f(n) = \begin{cases} \frac{n}{2}, \text{если } n - \text{четное число} \\ n+5, \text{ если } n - \text{нечетное число} \end{cases}$. Найдите сумму всех натуральных чисел n, при которых $f\left(f\left(f(n)\right)\right) = 25$.

A) 295 B) 385 C) 465 D) 500

18. В круг радиуса 13 вписана равнобедренная трапеция с углом при основании $\frac{\pi}{6}$ и высотой 5. Найдите площадь трапеции.

A) 54 B) 48 C) 60 D) 36

19. a, b и c - действительные числа, отличные от нуля. Найдите разность наибольшего и наименьшего значений выражения $S = 1 + \frac{|a|}{a} + \frac{2|b|}{b} + \frac{3|ab|}{ab} - \frac{4|c|}{c}$.

A) 12 B) 20 C) 18 D) 14

20. Расстояние между городами X и Y - $400m$. Из города X велосипедисты A, B и C выехали одновременно с постоянной скоростью. В моменте когда велосипедист A добрался до города Y, расстояние между велосипедистом B и городом Y было равно $80m$, а расстояние между велосипедистом C и городом Y было равно $100m$. Через 4 секунды после прибытия велосипедиста B в город Y велосипедист C также прибыл в город Y. За какое время велосипедист B преодолевает расстояние $80m$?

A) 16 B) 12 C) 8 D) 20

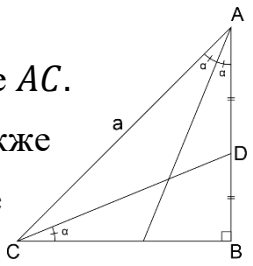
<u>Часть 3: Каждое задание оценивается в 2,6 балла</u>

21. Найдите $f\big(f(x-1)\big) - f(f(x-2))$, если $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$.

22. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ верно $AB = 10, CD = 5$ и $\angle BAD + \angle CDA = 90°$. Найдите длину отрезка EF, если точки E и F на диагоналях AC и BD, соответственно, удовлетворяют условиям $\frac{AE}{EC} = \frac{BF}{FD} = \frac{3}{2}$.

23. Найдите количество 10-значных натуральных чисел, сумма цифр которых делится на 10.

24. ABC – прямоугольный треугольник. Если $AD = DB = 2$, найдите AC.



25. Пусть a и b - положительные целые числа, а числа $\frac{a}{b-21}$ и $\frac{b+20}{a}$ также положительные целые числа. Найдите наибольшее значение, которое может принять $a + b$.

26. У скольких подмножеств, имеющих хотя бы один элемент множества $\{1,2,3,\ldots,12,13\}$, наибольший общий делитель всех чисел, принадлежащих этому подмножеству равна 2?

27. Для действительных чисел верны равенства $a^3 + b^3 + c^3 = 25$, $\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca} = 1$ и $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{25}{9}$. Найдите значение суммы $a + b + c$.

28. Кузнечик стоит в точке $(0; 0)$ системы координат. Он может ходить на единицу вправо, влево, вверх или вниз в каждом шагу. Найдите количество различных точек, где кузнечик может оказаться после 10 шагов.

29. Найдите наибольшее положительное число, которое меньше числа $(\sqrt{2}+\sqrt{5})^6$.

30. В году на планете математиков 3 разных сезона. Каждый месяц в сезоне алгебры состоит из 35 дней, каждый месяц в сезоне геометрии - из 42 дней, а каждый месяц в сезоне комбинаторики - из 36 дней. Озодбек знает, сколько дней в году, но не может определить, сколько месяцев в году. Какое наименьшее количество дней может быть в году.